

Задача №5

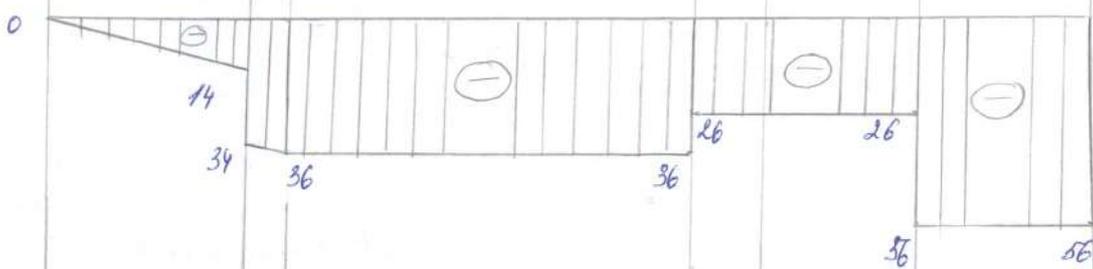
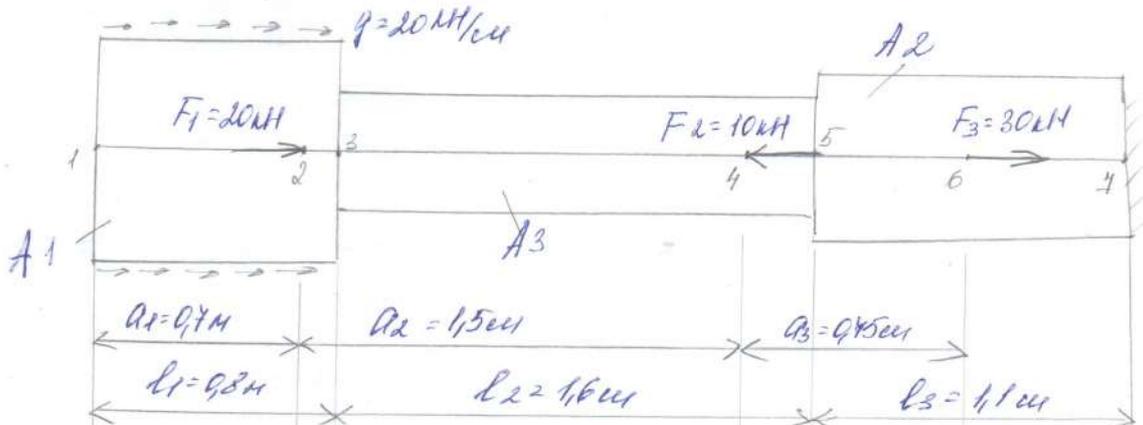
Дано:  $[\delta] = \frac{[\sigma] \cdot L}{E}$

$E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$     $A_1 = A$     $A_2 = A/2$     $A_3 = A/3$

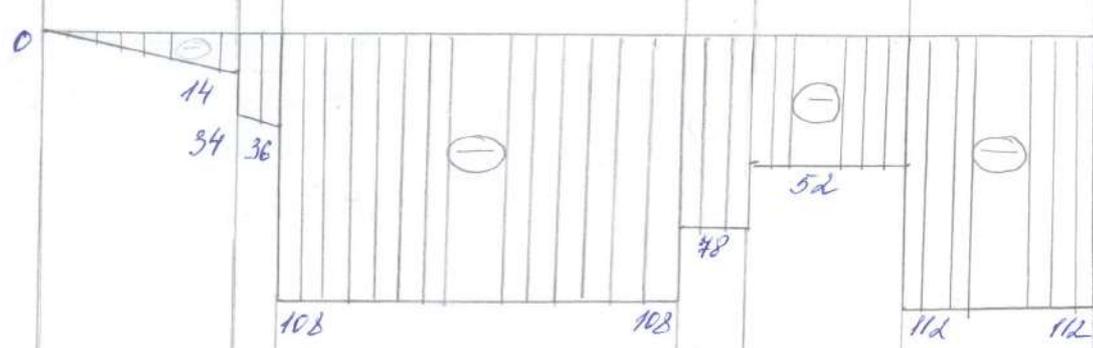
Материал 30ХМ

$\sigma_T = 750 \text{ МПа}$

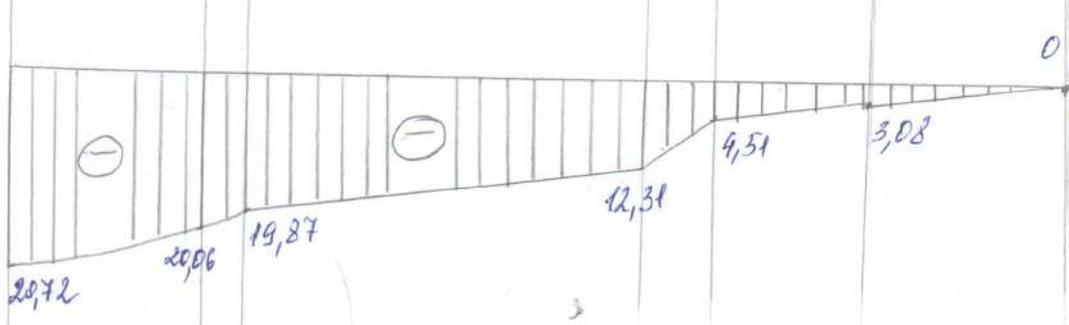
$n_T = 2$



$\frac{N}{LH}$



$\frac{\sigma}{10^3} \cdot \frac{10^3}{A}$



$\frac{\delta}{cm} \cdot 10^{-4} \cdot \frac{1}{A}$

1. Напряжения в поперечных сечениях определяются по формуле:

$$\sigma = \frac{N}{A}$$

Площади сечений зависят от геометрии:  $A_1 > A_2 > A_3$

$$\sigma_1 = \frac{N}{A_1} = \frac{0}{A} = 0$$

$$\sigma_2 = \frac{-14 \cdot 10^3}{A_1} = \frac{-14 \cdot 10^3 \text{ Н}}{A} \quad \sigma_2' = \frac{-34 \cdot 10^3}{A_1} = \frac{-34 \cdot 10^3 \text{ Н}}{A}$$

$$\sigma_3 = \frac{-36 \cdot 10^3}{A_1} = \frac{-36 \cdot 10^3 \text{ Н}}{A} \quad \sigma_3' = \sigma_4 = \frac{-36 \cdot 10^3}{A_3} = \frac{-36 \cdot 10^3}{A/3} = \frac{-108 \cdot 10^3 \text{ Н}}{A}$$

$$\sigma_4' = \frac{-26 \cdot 10^3}{A_3} = \frac{-26 \cdot 10^3}{A/3} = \frac{-78 \cdot 10^3 \text{ Н}}{A} \quad \sigma_5 = \frac{-26 \cdot 10^3}{A_2} = \frac{-26 \cdot 10^3}{A/2} = \frac{-52 \cdot 10^3 \text{ Н}}{A}$$

$$\sigma_6 = \frac{-56 \cdot 10^3}{A_2} = \frac{-56 \cdot 10^3}{A/2} = \frac{-112 \cdot 10^3 \text{ Н}}{A}$$

2. Условие прочности для опасного сечения:

$$\sigma_{\max} \leq [\sigma]$$

$$[\sigma] = \sigma_T = 450 \text{ МПа}$$

$$\sigma_{\max} = \frac{-112 \cdot 10^3 \text{ Н}}{A}$$

$$|\sigma_{\max}| = \frac{112 \cdot 10^3 \text{ Н}}{A}$$

Тогда 
$$\frac{112 \cdot 10^3 \text{ Н}}{A} \leq 450 \cdot 10^6 \text{ Па}$$

$$A \geq \frac{112 \cdot 10^3 \text{ Н}}{450 \cdot 10^6 \text{ Н/м}^2} \approx 1,5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$$

Минимально допускаемая площадь поперечного сечения

$$[A] = 1,5 \text{ см}^2$$

3. Вычисление перемещений участков стержня.

На участках с постоянным значением напряжений по длине перемещения определяются по формуле:

$$\Delta l = \frac{\sigma \cdot l}{E}$$

На участке, где продольная сила и напряжение изменяются по линейному закону, перемещение определяется по интегральной

формуле:

$$\Delta L = \int \frac{N(z) dz}{EA}$$

$\delta_7 = 0$ , т.к. опирание в заделке равно нулю

$$\tilde{\sigma}_6 = \Delta l_6 = \frac{\tilde{\sigma}_6 \cdot l_6}{E} = \frac{-112 \cdot 10^3 \cdot 0,55}{A \cdot 2 \cdot 10^{11}} = \frac{-3,08 \cdot 10^{-7}}{A} \text{ м}$$

$$E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа} = 2 \cdot 10^{11} \text{ Па}$$

$$l_{6_{\text{гр}}} = (l_1 + l_2 + l_3) - (a_1 + a_2 + a_3) = 3,5 - 2,95 = 0,55 \text{ м}$$

$$\tilde{\sigma}_5 = \tilde{\sigma}_6 + \Delta l_5 = \frac{-3,08 \cdot 10^{-7}}{A} + \frac{-52 \cdot 10^3 \cdot 0,55}{A \cdot 2 \cdot 10^{11}} = \frac{(-3,08 - 1,43) \cdot 10^{-7}}{A} = \frac{-4,51 \cdot 10^{-7}}{A} \text{ м}$$

$$l_{5_{\text{гр}}} = l_3 - l_6 = 1,1 - 0,55 = 0,55 \text{ м}$$

$$\tilde{\sigma}_4 = \tilde{\sigma}_5 + \Delta l_4 = \frac{-4,51 \cdot 10^{-7}}{A} + \frac{-78 \cdot 10^3 \cdot 0,2}{A \cdot 2 \cdot 10^{11}} = \frac{(-4,51 - 7,8) \cdot 10^{-7}}{A} = \frac{-12,31 \cdot 10^{-7}}{A} \text{ м}$$

$$l_{4_{\text{гр}}} = (l_1 + l_2) - (a_1 + a_2) = 2,4 - 2,2 = 0,2 \text{ м}$$

$$\tilde{\sigma}_3 = \tilde{\sigma}_4 + \Delta l_3 = \frac{-12,31 \cdot 10^{-7}}{A} + \frac{-108 \cdot 10^3 \cdot 1,4}{A \cdot 2 \cdot 10^{11}} = \frac{(-12,31 - 7,56) \cdot 10^{-7}}{A} = \frac{-19,87 \cdot 10^{-7}}{A}$$

$$l_{3_{\text{гр}}} = l_2 - l_{4_{\text{гр}}} = 1,6 - 0,2 = 1,4 \text{ м}$$

$$\tilde{\sigma}_2 = \tilde{\sigma}_3 + \Delta l_2 = \frac{-19,87 \cdot 10^{-7}}{A} + \frac{-919 \cdot 10^{-7}}{A} = \frac{-20,06 \cdot 10^{-7}}{A} \text{ м}$$

$$\Delta l_2 = \int_0^{0,1} \frac{(-36 \cdot 10^3 - 36 \cdot 10^3 z) dz}{EA} = \frac{-36 \cdot 10^3 z - 18 \cdot 10^3 z^2}{A \cdot 2 \cdot 10^{11}} \Big|_0^{0,1} = \frac{-0,19 \cdot 10^{-7}}{A} \text{ м}$$

$$l_{2_{\text{гр}}} = l_1 - a_1 = 0,8 - 0,7 = 0,1 \text{ м}$$

$$\tilde{\sigma}_1 = \tilde{\sigma}_2 + \Delta l_1 = \frac{-20,06 \cdot 10^{-7}}{A} + \frac{-9,66 \cdot 10^{-7}}{A} = \frac{-20,72 \cdot 10^{-7}}{A} \text{ м}$$

$$\Delta l_1 = \int_0^{0,7} \frac{(-14 \cdot 10^3 - 14 \cdot 10^3 z) dz}{EA} = \frac{-14 \cdot 10^3 z - 7 \cdot 10^3 z^2}{A \cdot 2 \cdot 10^{11}} \Big|_0^{0,7} = \frac{-9,66 \cdot 10^{-7}}{A} \text{ м}$$

$$l_{1_{\text{гр}}} = a_1 = 0,7 \text{ м}$$

4. Условие прочности:

$$\sigma_{\max} \leq [\sigma]$$

$$\sigma_{\max} = \frac{-20,72 \cdot 10^{-7}}{A} \text{ м} \quad | \sigma_{\max} | = \frac{20,72 \cdot 10^{-7}}{A}$$

$$[\sigma] = \frac{[\sigma] \cdot L}{E} = \frac{450 \cdot 10^6 \cdot 3,5}{2 \cdot 10^{11}} = 0,013125 \text{ м} = 13,125 \text{ мм}$$

$$L = l_1 + l_2 + l_3 = 0,8 + 1,6 + 1,1 = 3,5 \text{ м}$$

Условие прочности будет выполняться при:

$$\frac{20,72 \cdot 10^{-7}}{A} \leq 0,013125$$

Представим минимально допустимую площадь сечения

$$[A] = 1,5 \text{ см}^2 = 1,5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$$

$$\frac{20,72 \cdot 10^{-7}}{1,5 \cdot 10^{-4}} = 0,0138 \text{ м} > 0,0131 \text{ м}$$

Условие прочности не выполняется, тогда минимально допустимую площадь сечения найдем не из условия прочности, а из условия жесткости:

$$A \geq \frac{20,72 \cdot 10^{-7}}{13,125 \cdot 10^{-3}} = 1,58 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 = 1,58 \text{ см}^2$$

$$[A] = 1,58 \text{ см}^2$$